МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО

Кафедра комп’ютерної інженерії та електроніки

ЗВІТ ПРО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ

з навчальної дисципліни

«Елементи комбінаторики. Класичне визначення ймовірності. Застосування комбінаторики для розрахунку ймовірностей»

Тема «**Закони розподілу та числові характеристики випадкових величин**»

Студент гр. КН-23-1 ПІБ Іщенко Є.В.

Викладач ПІБ Сидоренко В.М.

Кременчук 2024

**Практичне завдання 5**

**Мета:** набути практичних навичок у розв’язанні задач щодо знаходження законів розподілу та числових характеристик дискретних та неперервних випадкових величин, зокрема нормального закону, та розв’язання типових задач до цієї теми.

.

**Задачі для самостійного розв’язання**

Виконати індивідуальне завдання. Завдання полягає у розв’язанні п’яти задач, які потрібно вибрати зі списку, наведеного нижче. Правило вибору номерів таке: , де – номер студента у списку групи. У разі, якщо було досягнуто кінця списку задач, потрібно циклічно повернутися до його початку.

**Варіант: 8**

**Завдання 8:**

НВВ має експоненціальний розподіл з параметром . Функція щільності експоненціального розподілу . Вивести формулу функції рівномірного розподілу , формулу для математичного сподівання , дисперсії , імовірності події .

**Розв’язання:**

Розглянемо випадкову величину яка має експоненціальний розподіл з параметром Функція щільності експоненціального розподілу має вигляд:

Функція розподілу визначається як:

Обчислимо цей інтеграл:

Використовуючи підстановку

Отже, функція розподілу:

Математичне сподівання

Математичне сподівання для експоненціального розподілу обчислюється як:

Використовуючи інтегрування частинами, де отримаємо:

Перший доданок дорівнює нулю, а другий інтеграл обчислюється як:

Отже, математичне сподівання:

Дисперсія

Дисперсія для експоненціального розподілу обчислюється як:

Обчислимо

Використовуючи інтегрування частинами двічі, отримаємо:

Отже, дисперсія:

Імовірність події

Використовуючи функцію розподілу

Отже, імовірність:

**Завдання 9:**

НВВ має розподіл Коші. Функція щільності розподілу Коші задана у вигляді , де – деяка константа. Знайти константу , функцію розподілу Коші та ймовірність події .

**Розв’язання:**

**Завдання 10:**

НВВ задана функцією щільності розподілу:

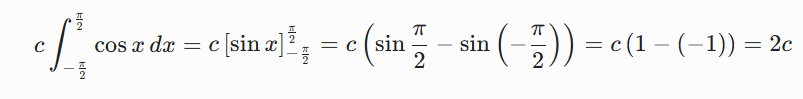
, де – деяка константа.

Знайти константу , функцію розподілу , імовірність події .

**Розв’язання:**

Для початку знайдемо константу Оскільки є функцією щільності розподілу, її інтеграл на всій області визначення повинен дорівнювати 1:

Обчислимо цей інтеграл:



Отже, маємо рівняння:

Зображення, що містить Шрифт, типографія, білий, ряд

Вміст, створений ШІ, може бути неправильним.

Отже, функція розподілу має вигляд:

Зображення, що містить текст, Шрифт, почерк, ряд

Вміст, створений ШІ, може бути неправильним.

Тепер знайдемо ймовірність події Зображення, що містить Шрифт, текст, білий, типографія

Вміст, створений ШІ, може бути неправильним.

Зображення, що містить Шрифт, текст, ряд, типографія

Вміст, створений ШІ, може бути неправильним.

Отже,

Зображення, що містить текст, Шрифт, почерк, ряд

Вміст, створений ШІ, може бути неправильним.

А ймовірність події $ дорівнює

**Завдання 11:**

Часовий інтервал між надходженнями пакетів даних у комп’ютерній мережі зі швидкістю передавання даних 10 *Мбіт/сек* підприємства має експоненціальний розподіл з параметром . Знайти:

* середню довжину інтервалу;
* дисперсію довжини інтервалу;
* СКВ довжини інтервалу;
* імовірність того, що часовий інтервал між надходженнями пакетів перевищить ;

**Розв’язання:**

Розглянемо експоненціальний розподіл з параметром

1. Середня довжина інтервалу:

Середнє значення для експоненціального розподілу визначається як:

Підставимо

2. Дисперсія довжини інтервалу:

Дисперсія для експоненціального розподілу визначається як:

Підставимо

3. СКВ довжини інтервалу:

СКВ (середнє квадратичне відхилення) визначається як квадратний корінь з дисперсії:

4. Імовірність того, що часовий інтервал між надходженнями пакетів перевищить

Імовірність для експоненціального розподілу визначається як:

Підставимо та s:

Це дуже маленьке число, яке практично дорівнює нулю.

Отже, підсумуємо:

- Середня довжина інтервалу:

- Дисперсія довжини інтервалу:

- СКВ довжини інтервалу:

- Імовірність того, що часовий інтервал між надходженнями пакетів перевищить : практично 0

**Завдання 12:**

Параметри генератора псевдовипадкових чисел , що входить до інтегрованого середовища , за замовчанням дорівнюють , . Знайти:

* математичне сподівання;
* дисперсію;
* середнє квадратичне відхилення;
* ймовірність того, що .

**Розв’язання:**

Розглянемо генератор псевдовипадкових чисел, який генерує числа X з рівномірним розподілом на інтервалі [0, 1].

1. Математичне сподівання :

Для рівномірного розподілу на інтервалі [a, b], математичне сподівання обчислюється за формулою:

У нашому випадку a = 0 і b = 1:

2. Дисперсія :

Для рівномірного розподілу на інтервалі [a, b], дисперсія обчислюється за формулою:

У нашому випадку a = 0 і b = 1 :

3. Середнє квадратичне відхилення :

Середнє квадратичне відхилення є квадратним коренем з дисперсії:

4. Ймовірність того, що X > 0.5 :

Для рівномірного розподілу на інтервалі [0, 1], ймовірність того, що X більше певного значення c , обчислюється як:

де — функція розподілу. Для рівномірного розподілу на [0, 1]:

Отже, для c = 0.5 :

Таким чином, ми отримали:

- Математичне сподівання: 0.5

- Дисперсія:

- Середнє квадратичне відхилення

- Ймовірність того, що